

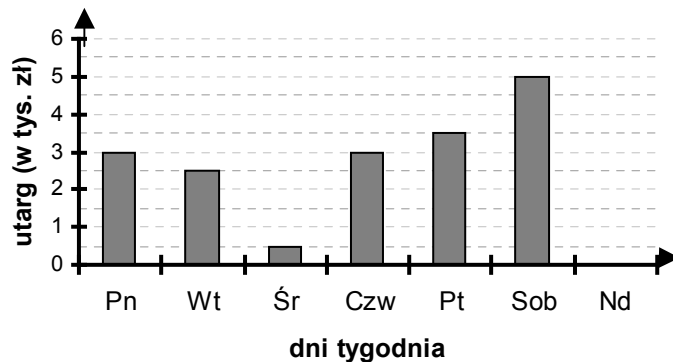
# STATYSTYKA

## Poziom podstawowy

### Zadanie 1 (8 pkt.)

Histogram obrazuje utarg stacji benzynowej w ciągu tygodnia.

- Którego dnia stacja była zamknięta?
- Którego dnia sprzedano więcej benzyny niż w czwartek?
- Którego dnia sprzedano najwięcej benzyny? Jak myślisz, jaka była tego przyczyna?
- Jaki był łączny utarg z całego tygodnia?
- Jaki był średni utarg dzienny na tej stacji? Wynik podaj z dokładnością do tysiąca.
- Zakładając, że 1 litr benzyny bezołowiowej kosztuje 3 zł 20 gr. Ile litrów benzyny sprzedano w tygodniu?
- Ile łącznie km mogą przejechać samochody, które kupowały benzynę w środę, jeżeli samochód zużywa średnio 8 litrów benzyny na 100 km?



### Zadanie 2 (6 pkt.)

Kupiec może zamówić puszki z kukurydzą u dwóch różnych dostawców X i Y. Niezależna organizacja konsumencka przeprowadziła badania wagi netto produktu bez zalewy w dwudziestu puszkach od każdego dostawcy i otrzymała wyniki:

Dostawca X

Waga netto w gr.	300	280	260	240
Liczba puszek	3	7	8	2

Dostawca Y

Waga netto w gr.	340	280	250	220
Liczba puszek	4	5	8	3

Oblicz średnią wagę netto kukurydzy w puszkach dla obu dostawców oraz odchylenia standardowe wag tych puszek. Oceń u którego dostawcy kupiec powinien zamawiać towar.

### Zadanie 3 (7 pkt.)

W pewnym szpitalu badano wagę noworodków przebywających na oddziale położniczym. Uzyskano wagi (w kg): 3,7; 4,0; 3,5; 3,7; 2,5; 1,8; 3,5; 3,6; 2,9; 1,5; 4,5; 2,3; 1,6; 4,2; 3,2; 3,8; 2,5; 2,4; 3,7; 5,0; 3,4; 2,6; 2,8; 2,6; 4,1; 4,8; 3,0; 4,4; 3,0; 3,2.

- Podaj najczęściej występującą wagę noworodka.
- Podaj wagę środkową noworodka na tym oddziale.
- Podaj rozstęp wyników tj. różnicę między największą a najmniejszą wagą.
- Oblicz średnia wartość wagi noworodków.
- Oblicz jaki procent liczby noworodków ma wagę powyżej 4 kg.

**Zadanie 4 (5 pkt.)**

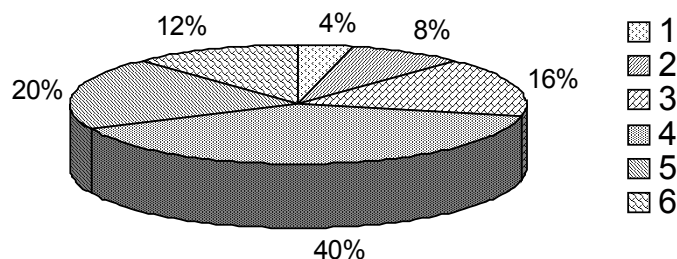
Wśród uczniów pewnej klasy przeprowadzono ankietę pytając, ile czasu dziennie przeznaczają na uprawianie sportu (poza lekcjami wychowania fizycznego). Otrzymano następujące informacje:

Czas w minutach	Liczba uczniów
0	5
15	6
30	6
60	10
90	3
120	6

- Wyniki z tabeli przedstaw w postaci diagramu słupkowego.
- Oblicz średni czas, jaki uczeń przeznaczą dziennie na uprawianie sportu. Wynik podaj z dokładnością do minuty.
- Oblicz częstości występowania poszczególnych wyników.
- Wyraż w procentach, ilu spośród ankietowanych uczniów nie uprawia wcale sportu.

**Zadanie 5 (5 pkt.)**

Diagram kołowy przedstawia wyniki pewnej pracy klasowej z matematyki w klasie, która liczy 16 dziewcząt i 9 chłopców.



- Uzupełnij tabelę.

Ocena	1	2	3	4	5	6
Liczba uczniów						

- Wyznacz średnią arytmetyczną, dominantę i medianę wszystkich ocen.

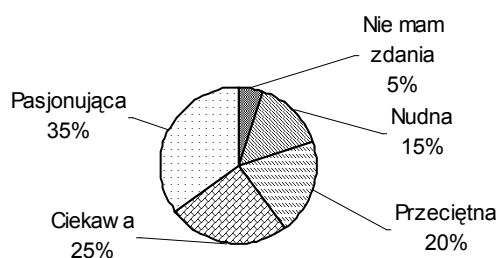
**Zadanie 6 (5 pkt.)**

Dane z tabelki przedstaw w postaci złożonego diagramu słupkowego oraz oblicz średnią ocen z każdego egzaminu i zinterpretuj otrzymane wyniki.

Uczennica	Ocena w punktach	
	Pierwszy egzamin	Drugi egzamin
Anna	75	85
Diana	55	70
Iwona	80	65
Joanna	25	50
Maria	60	50

**Zadanie 7 (3 pkt.)**

Grupę 40 uczniów zapytano o zdanie na temat pewnej przeczytanej lektury szkolnej. Wyniki ankiety przedstawione są na diagramie kołowym.



Przedstaw poniższe wyniki w postaci diagramu słupkowego.

**Zadanie 8 (2 pkt.)**

Średnia arytmetyczna wzrostu pięciu koszykarzy grających w pierwszym zespole wynosi 1,95 m. Średnia arytmetyczna wzrostu 10 zawodników rezerwowych wynosi 1,92 m. Oblicz średnią wzrosty wszystkich 15 koszykarzy.

**Zadanie 9 (4 pkt.)**

Średnia ważona może pomóc dokonać racjonalnego wyboru. Załóżmy na przykład, że wahamy się, który z trzech kursów językowych wybrać. Możemy wtedy ustalić kilka najważniejszych cech kursu językowego, a ponieważ zwykle cechy te nie są dla nas tak samo istotne, więc przydzielamy im odpowiednie wagi (tak, aby ich suma wynosiła 1). Następnie cechy poszczególnych kursów możemy ocenić, przyznając punkty na przykład w skali od 1 do 10.

Oto jak mogłaby wyglądać tabelka, na podstawie której możemy dokonać racjonalnego wyboru. Średnia ważona punktów pozwala ustalić, który kurs powinniśmy wybrać.

	Cena kursu (z wagą 0,6)	Opinia znajomych (z wagą 0,3)	Czas i miejsce kursu (z wagą 0,1)	Średnia ważona
Kurs I	2	3	9	$0,6 \cdot 2 + 0,3 \cdot 3 + 0,1 \cdot 9 = 3$
Kurs II	5	6	4	$0,6 \cdot 5 + 0,3 \cdot 6 + 0,1 \cdot 4 = 5,2$
Kurs III	6	5	3	$0,6 \cdot 6 + 0,3 \cdot 5 + 0,1 \cdot 3 = 5,4$

Według przyjętych kryteriów okazał się kurs III.

Marcin waha się, który obóz letni wybrać. Aby podjąć najlepszą decyzję, sporządził poniższą tabelkę. Korzystając z przedstawionej metody i danych z tabelki, który z obozów letnich powinien wybrać Marcin?

	Koszt (z wagą 0,4)	Termin (z wagą 0,1)	Towarzystwo (z wagą 0,3)	Atrakcyjność (z wagą 0,2)
Obóz wędkarski	8	2	8	4
Obóz rowerowy	4	4	6	7
Obóz żeglarski	7	6	5	5

**Zadanie 10 (5 pkt.)**

Tabela przedstawia zestawienie stopni z matematyki wszystkich uczniów klasy IV B na koniec pierwszego semestru.

	Liczba uczniów	Stopnie					
		Celujące (6)	B.dobre (5)	Dobre (4)	Dostateczne (3)	Dopuszczające (2)	Niedostateczne (1)
Dziewczęta	18	0	2	6	7	2	1
Chłopcy	16	1	1	7	6	1	0

- narysuj złożony wykres słupkowy ilustrujący, ilu uczniów uzyskało poszczególne oceny w tej klasie,
- oblicz średnią arytmetyczną (wynik podaj z dokładnością do pełnej oceny) i dominantę stopni z matematyki dziewcząt,
- jaki procent uczniów tej klasy na koniec semestru otrzymał stopnie co najmniej dobre?

**Zadanie 11 (3 pkt.)**

Oblicz średnią danych przedstawionych w tabeli:

Dane wartości (w przedziałach klasowych)	1 - 3	4 - 6	7 - 9	10 - 12
Liczebności	6	8	4	5

*Rozwiązanie*

Aby obliczyć średnią danych, wygodniej jest przedstawić kolejne potrzebne obliczenia w postaci rozbudowanej tabeli wyjściowej:

Dane wartości $x_i$	Liczebności $n_i$	Środki przedziału klasowego $\bar{x}_i$	Iloczyn środka przedziału klasowego i jego liczebności $n_i \cdot \bar{x}_i$
1 - 3	6	$\frac{1+3}{2} = 2$	$6 \cdot 2 = 12$
4 - 6	8	$\frac{4+6}{2} = 5$	$8 \cdot 5 = 40$
7 - 9	4	$\frac{7+9}{2} = 8$	$4 \cdot 8 = 32$
10 - 12	12	$\frac{10+12}{2} = 11$	$12 \cdot 11 = 132$
Razem	30		216

$$\bar{x} = \frac{12 + 40 + 32 + 132}{30} = \frac{216}{30} = 7,2$$

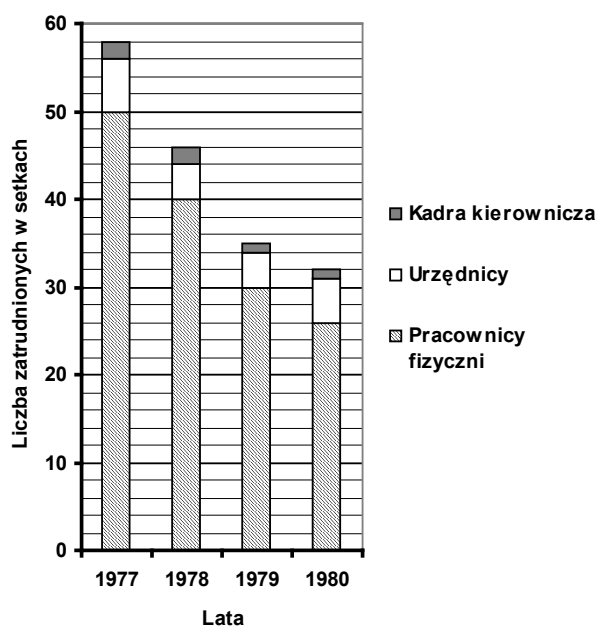
*Odpowiedź:* Średnia wynosi 7,2.

Postępując w analogiczny sposób, oblicz średnią danych:

Dane wartości (w przedziałach klasowych)	1 - 5	6 - 10	11 - 15
Liczebności	2	4	8

### Zadanie 12 (5 pkt.)

Diagram na rysunku przedstawia liczbę osób zajmujących się w danej firmie określonym rodzajem pracy.



Odpowiedz na następujące pytania:

- Ile osób pracowało w firmie w 1977 r.?
- Ile osób pracowało w firmie w 1980 r.?
- O ile procent zmniejszyła się liczba pracowników pomiędzy 1977 a 1980 rokiem?
- Jaki procent wszystkich pracowników stanowili w 1978 roku pracownicy fizyczni?
- Jaki procent wszystkich pracowników stanowili w 1979 roku urzędnicy?

### Zadanie 13 (4 pkt.)

Wśród ludności pewnego małego miasteczka przeprowadzono badania wzrostu i wagi ciała mężczyzn pomiędzy 30 a 40 rokiem życia. Próbę przeprowadzono na reprezentatywnej grupie złożonej z 30 mężczyzn. Wyniki badań przedstawiają poniższe tabele.

Wzrost mężczyzn [cm]

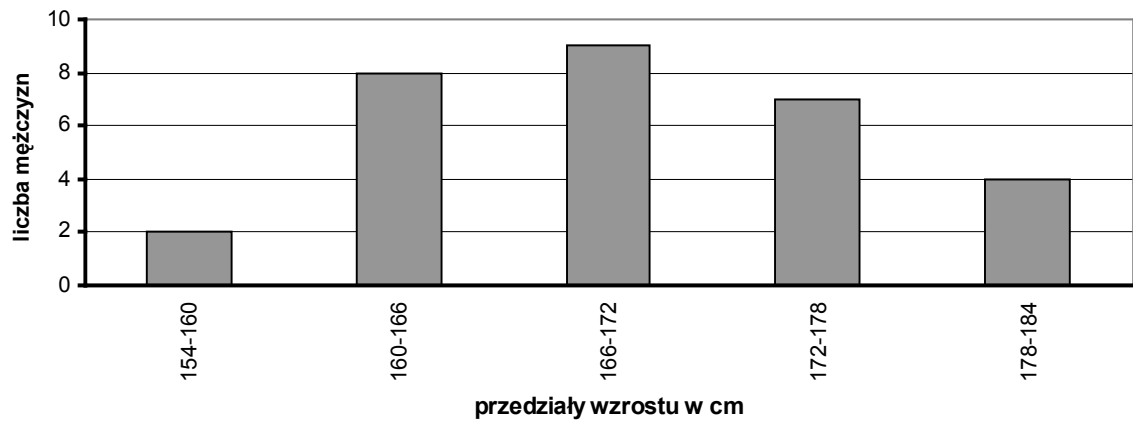
164	184	164	176	172	169
165	165	169	180	179	170
172	166	177	172	161	174
179	169	167	155	164	165
173	167	169	160	160	172

Waga mężczyzn [kg]

88	86	84,5	82	92	82
90	89,5	85	82,5	82,5	84,5
86	80,5	87	86	83	88,5
77,5	82	82,5	89,5	84,5	83,5
80	80	86	86,5	83,5	84,5

Chcąc sporządzić histogram wyników wzrostu mężczyzn postępujemy następująco:

1. Wyszukujemy wartość maksymalną i minimalną. Maksymalny wzrost wynosi 184 cm, a minimalny 154 cm.
2. Przedział pomiędzy maksymalnym wzrostem a minimalnym dzielimy na 5 różnych przedziałów. Obliczamy krańce przedziałów. W tym przypadku wynoszą one odpowiednio 154-160, 160-166, 166-172, 172-178, 178-184.
3. Zliczamy liczbę przypadków, które należą do odpowiednich przedziałów. Jeżeli trafimy na krańce przedziału, to pomiar zaliczamy do przedziału wyższego.
4. Na podstawie liczebności przedziałów sporządzamy wykres słupkowy.



Postępując analogicznie sporządź histogram wagi mężczyzn.

## SCHEMAT PUNKTOWANIA - STATYSTYKA

### Poziom podstawowy

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania	L. pkt.
<b>1</b>	Odp.: a): Niedziela	1
	Odp.: b) W piątek i sobotę.	1
	Odp.: c) W sobotę, wyjazdy na weekend.	1
	Odp.: d) 17, 5 tys. zł.	1
	Odp.: e) Około 3 tys. (Obliczenie średniej arytmetycznej i podanie przybliżenia)	1
	Odp.: f) 5468,75 litra	1
	Obliczenie ile litrów benzyny zakupiono w środę: 156,25 litra. Obliczenie, ile km można pokonać mając tyle benzyny: 1953,125 km.	2
<b>2</b>	Obliczenie średniej wagi puszki dla dostawcy X: 271 gr.	1
	Obliczenie średniej wagi puszki dla dostawcy Y: 271 gr.	1
	Obliczenie odchylenia standardowego wag puszek dla dostawcy X: $\delta_x = \sqrt{299} \approx 17,3$ (1 pkt. za obliczenia i 1 pkt. za metodę)	1
	Obliczenie odchylenia standardowego wag puszek dla dostawcy Y: $\delta_y = \sqrt{1539} \approx 39,2$ (1 pkt. za obliczenia i 1 pkt. za metodę)	1
	Porównanie obliczonych odchyleń ( $\delta_x < \delta_y$ ) i sformułowanie odpowiedzi: Kupiec powinien wybrać towar od dostawcy X.	2
<b>3</b>	Uporządkowanie pomiarów wagi noworodków w szereg niemalejący lub nierosnący.	1
	Wyznaczenie dominującej wagi: 3,7 kg	1
	Wyznaczenie wagi środkowej: 3,4 kg	1
	Obliczenie rozstępu wyników: 5 kg – 1,5 kg = 3,5 kg	1
	Obliczenie średniej wagi: w przybliżeniu 3,28 kg	1
	Spostrzeżenie, że 6 noworodków waży ponad 4 kg, czyli około 19,4% wszystkich noworodków.	2
<b>4</b>	Sporządzenie diagramu słupkowego.( w tym 1 pkt. za nazewnictwo osi wykresu)	1
	Obliczenie średniej arytmetycznej ważonej na podstawie tabelki. Uczeń przeznaczą na sport w ciągu dnia średnio około 52 minuty.	1
	Wyniki 0, 15, 30, 60, 90 i 120 minut pojawiają się z częstościami odpowiednio równymi: $\frac{5}{36}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{5}{18}, \frac{1}{12}, \frac{1}{6}$ .( za trzy prawidłowe wyniki po 1 pkt. lub za obliczenie liczby wszystkich uczniów a dopiero potem częstości)	2
	Sportu nie uprawia wcale $\frac{5}{36} \cdot 100\% = 13,8\%$ liczby uczniów.	1
<b>5</b>	Obliczenie liczby uczniów, które otrzymały ocenę ndst: $4\% \cdot (9+16) = 1$ , ocenę dop: 2, ocenę dst: 4, ocenę db:10, ocenę bdb:5 i ocenę cel:3 oraz wpisanie wyników do tabelki. Za obliczenie i wpis prawidłowo trzech przyznajemy 1 pkt.	2

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania	L. pkt.
5	Zapisanie wzoru na średnią ocen i obliczenie jej. Odp. $\bar{x} = 4$ czyli ocena dobra.	1
	Wskazanie oceny dominującej: ocena dobra.	1
	Wyznaczenie mediany: $M = x_{13} = 4$ , ocena dobra jest oceną środkową.	1
6	Sporządzenie złożonego diagramu.	2
	Obliczenie średniej punktów z pierwszego egzaminu: 59 punktów.	1
	Obliczenie średniej punktów z drugiego egzaminu: 64 punkty.	1
	Interpretacja otrzymanych wyników. Lepiej wypadł egzamin drugi.	1
7	Obliczenie liczby uczniów, które stwierdziły, że lektura jest nudna (6), ciekawa (10), przeciętna (8), pasjonująca (14) lub które nie miały zdania (2). Za obliczenie prawidłowo trzech przyznajemy 1 pkt.	2
	Sporządzenie diagramu.	1
8	Obliczenie wzrostu wszystkich 15 koszykarzy: $5 \cdot 1,95 + 10 \cdot 1,92 = 28,95$	1
	Obliczenie średniego wzrostu wszystkich 15 koszykarzy: $28,05 : 15 = 1,93[m]$	1
9	Obliczenie średniej ważonej dla poszczególnych obozów.	3
	Wybranie najlepszego obozu i podanie odpowiedzi. Obóz wędkarski.	1
10	Wykonanie wykresu.	2
	Obliczenie średniej ocen dziewcząt: ocena dostateczna.	1
	Wyznaczenie dominującej oceny dziewcząt: ocena dostateczna.	1
	Obliczenie, jaki procent uczniów tej klasy na koniec semestru otrzymał stopnie co najmniej dobre: 50 %	1
11	Obliczenie środków przedziałów klasowych. (pierwsza kolumna rozszerzonej tabelki)	1
	Obliczenie iloczynów. ( druga kolumna rozszerzonej tabelki)	1
	Obliczenie średniej. $\bar{x} = \frac{142}{14} = 10\frac{1}{7}$	1
12	Odp.: a) 5800	1
	Odp.: b) 3200	1
	Odp.: c) Około 45 %	1
	Odp.: d) Około 87 %	1
	Odp.: e) Około 11 %	1
13	Za każdy prawidłowo wykonany krok w postępowaniu przyznajemy po 1 pkt.	4