

FUNKCJA KWADRATOWA

Poziom podstawowy

Zadanie 1 (11 pkt.)

Wykres funkcji $y = ax^2 + bx + c$ przechodzi przez punkty:
 $A = (1, -4)$, $B = (2, 3)$, $C = (-1, 0)$.

- Wyznacz współczynniki a , b , c . (6 pkt.)
- Zapisz wzór funkcji w postaci kanonicznej. (3 pkt.)
- Naszkiej jej wykres. (2 pkt.)

Zadanie 2 (7 pkt.)

Dana jest funkcja kwadratowa w postaci kanonicznej $f(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 2$.

- Przedstaw tę funkcję w postaci ogólnej i iloczynowej. (3 pkt.)
- Narysuj wykres tej funkcji. (1 pkt.)
- Podaj: zbiór wartości funkcji; zbiór w którym funkcja jest rosnąca; zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości niedodatnie. (3 pkt.)

Zadanie 3 (5 pkt.)

Funkcja kwadratowa $y = 3x^2 + bx + c$ ma dwa miejsca zerowe: $x_1 = -2$ oraz $x_2 = 1$.

- Wyznacz b oraz c . (2 pkt.)
- Podaj postać kanoniczną tej funkcji. (2 pkt.)
- Narysuj wykres tej funkcji. (1 pkt.)

Zadanie 4 (5 pkt.)

Rozwiąż graficznie nierówność: $x > x^2 - 6$.

Zadanie 5 (2 pkt.)

Rozwiąż równanie: $\frac{x^2 - 1}{2} - \frac{3x - 1}{4} = 2$.

Zadanie 6 (5 pkt.)

Wyznacz długości boków trójkąta prostokątnego, wiedząc, że są one kolejnymi naturalnymi liczbami parzystymi.

Zadanie 7 (5 pkt.)

W roku 1845 na uroczystości urodzin spytał ktoś jubilata, ile on ma lat. Na co jubilat odpowiedział: „Gdy swój wiek sprzed 15 lat pomnożę przez swój wiek za 15 lat, to otrzymam rok swego urodzenia”. Ile lat miał wówczas jubilat?

Zadanie 8 (6 pkt.)

Liczbę osób, które odwiedziły kiermasz obuwia n - tego dnia od momentu jego otwarcia w przybliżeniu opisuje wzór $d(n) = -2n^2 + 32n - 8$, gdzie $n \in N_+$ i $1 \leq n \leq 15$.

- W którym dniu kiermasz odwiedziło najwięcej osób i ile ich było?
- Ile osób odwiedziło kiermasz podczas jego trwania?

Zadanie 9 (7 pkt.)

W pewnym zakładzie pracy zależność przychodów ze sprzedaży od wielkości produkcji wyraża w przybliżeniu wzór $p(n) = 150n$, gdzie n – oznacza liczbę sztuk wyprodukowanego towaru, a koszty produkcji, w złotych, określa zależność $k(n) = n^2 + 50n + 1600$.

- Napisz wzór funkcji $z(n)$ - zależności zysku zakładu od wielkości produkcji, jeśli wiadomo, że zysk jest różnicą między przychodem zakładu a kosztami produkcji.
- Przy jakiej wielkości produkcji zysk ten wynosi 0?
- Jaka wielkość produkcji zapewnia największy zysk? Jaki jest koszt produkcji, gdy zysk jest największy?

Zadanie 10 (8 pkt.)

Okno na poddaszu ma kształt trójkąta, w którym suma długości jego podstawy i wysokości opuszczonej na podstawę tego okna wynosi 100 cm. Jaka powinna być długość podstawy okna, aby jego powierzchnia była największa? Oblicz maksymalną powierzchnię tego okna.

Zadanie 11 (5 pkt.)

Wyznacz najmniejszą oraz największą wartość funkcji $f(x) = x^2 - 5x + 7$ w przedziale domkniętym $\langle -4, -1 \rangle$.

Zadanie 12 (9 pkt.)

Dana jest funkcja $f(x) = -2x^2 - 4x + 1$ dla $x \in R$,

- oblicz jej wartość największą w przedziale $\langle 0 ; 1 \rangle$,
- zapisz jej wzór w postaci kanonicznej,
- narysuj jej wykres,
- omów jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, monotoniczność, znak funkcji.

Zadanie 13 (6 pkt.)

Szerokość dywanu jest o 5 m mniejsza od długości tego dywanu. Jakie są wymiary dywanu, jeżeli jego powierzchnia wynosi 104 m^2 ?

Zadanie 14 (8 pkt.)

Dane są zbiory A i B . Zaznacz na osi liczbowej zbiory A i B oraz wykonaj działania: $A \cup B$, $A \cap B$, A / B , gdy:

$$A = \left\{ x \in R : x^2 + \frac{7}{2}x - 2 > 0 \right\}, \quad B = \left\{ x \in R : x^2 - x + \frac{1}{4} \leq 0 \right\}.$$

Zadanie 15 (9 pkt.)

Dana jest funkcja $f(x) = x^2 + 2x - 3$ dla $x \in R$,

- wyznacz jej wartość najmniejszą, największą,
- oblicz, dla jakich argumentów przyjmuje wartości nieujemne,
- rozwiąż graficznie równanie $f(x) = -3$.

Zadanie 16 (4 pkt.)

Przeczytaj rozwiązanie poniższego zadania. Następnie przeprowadzając analogiczne rozumowanie oblicz $\frac{f(8)}{f(6)}$, jeżeli miejscami zerowymi funkcji kwadratowej są liczby 1 i 3.

Zadanie

Miejscami zerowymi funkcji kwadratowej są liczby 2 i 4. Oblicz $\frac{f(7)}{f(5)}$.

Rozwiązanie

Funkcję kwadratową $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) można przedstawić w postaci:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2), \text{ gdy } \Delta > 0.$$

Z treści zadania mamy: $x_1 = 2$, $x_2 = 4$.

Po podstawieniu otrzymujemy: $f(x) = a(x - 2)(x - 4) = a(x^2 - 4x - 2x + 8) = a(x^2 - 6x + 8)$

Czyli $f(x) = a(x^2 - 6x + 8)$.

$$\text{Stąd wyrażenie: } \frac{f(7)}{f(5)} = \frac{a(7^2 - 6 \cdot 7 + 8)}{a(5^2 - 6 \cdot 5 + 8)} = \frac{49 - 42 + 8}{25 - 30 + 8} = \frac{15}{3} = 5$$

Odpowiedź

Wartością wyrażenia $\frac{f(7)}{f(5)}$ jest liczba 5.

Zadanie 17 (3 pkt.)

Równanie $9x^2 - 6x - 3 = 0$ można rozwiązać w następujący sposób:

$$9x^2 - 6x + 1 - 4 = 0$$

$$(9x^2 - 6x + 1) - 4 = 0$$

$$(3x - 1)^2 - 4 = 0$$

$$(3x - 1 - 2)(3x - 1 + 2) = 0$$

$$(3x - 3)(3x + 1) = 0$$

$$x = 1 \quad \vee \quad x = -\frac{1}{3}$$

Wykorzystując wskazany sposób, rozwiąż równanie: $25x^2 - 10x - 8 = 0$.

Zadanie 18 (4 pkt.)

Nierówność $2(x - 4)^2 - 18 \leq 0$ można rozwiązać w następujący sposób:

$$2(x - 4)^2 - 18 \leq 0 \Leftrightarrow (x - 4)^2 \leq 9 \Leftrightarrow |x - 4| \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq x - 4 \leq 3 \Leftrightarrow x \in \langle 1, 7 \rangle.$$

Analogicznie postępując rozwiąż nierówność $3(x - 1)^2 - 12 \leq 0$.

Zadanie 19 (5 pkt.)

Liczba $x_1 = 3$ jest miejscem zerowym funkcji kwadratowej, a wierzchołkiem paraboli jest punkt $W = (1, -2)$. Zapisz wzór tej funkcji w postaci iloczynowej.

Zadanie 20 (7 pkt.)

Funkcja kwadratowa $f(x) = 3x^2 + bx + c$ ma dwa miejsca zerowe: $x_1 = -2$, $x_2 = 1$.

a) Wyznacz współczynniki b i c .

b) Podaj postać kanoniczną tej funkcji.

Zadanie 21 (8 pkt.)

Największa wartość funkcji kwadratowej $f(x)$ wynosi $2\frac{1}{4}$. Liczby 2 i 5 są jej miejscami zerowymi.

a) Napisz wzór funkcji w postaci ogólnej.

b) Dla jakich argumentów wykres funkcji $f(x)$ leży powyżej wykresu funkcji $y = x - 5$?

Poziom rozszerzony**Zadanie 1 (10 pkt.)**

Dane jest równanie $(m+1)x^2 - (m-2)x + (1-m) = 0$. Dla jakich wartości parametru $m \in R$ równanie to ma dokładnie jeden pierwiastek? Dla wyznaczonych m oblicz ten pierwiastek.

Zadanie 2 (6 pkt.)

Dla jakich wartości parametru $m \in R$ równanie $(m-5)x^2 - 4mx + m - 2 = 0$ ma dwa różne rozwiązania?

Zadanie 3 (13 pkt.)

Dla jakich wartości $m \in R$ różne pierwiastki rzeczywiste równania $-x^2 + 2mx + m - 2 = 0$ spełniają warunek $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} \leq 2$.

Zadanie 4 (11 pkt.)

Funkcja kwadratowa $y = ax^2 + bx + c$ ma jedno miejsce zerowe i do jej wykresu należą punkty $A = (0, 1)$ i $B = (2, 9)$. Wyznacz wartości a, b, c i podaj ilustrację graficzną rozwiązania.

Zadanie 5 (7 pkt.)

Dla jakiej wartości parametru m nierówność: $(5-m)x^2 - 2(1-m)x + 2(1-m) < 0$ jest spełniona dla każdego $x \in R$?

Zadanie 6 (10 pkt.)

Funkcja g przyporządkowuje liczbie rzeczywistej a liczbę pierwiastków równania $|3x^2 + 2x - 1| = a$. Naskicuj wykres tej funkcji.

Zadanie 7 (8 pkt.)

Dane są zbiory A i B . Wyznacz $A \cap B$ graficznie i algebraicznie, jeśli:

$$A = \{(x, y) : x, y \in R \text{ i } x^2 + y^2 = 5\} \quad \text{i} \quad B = \{(x, y) : x, y \in R \text{ i } xy = 2\}.$$

Zadanie 8 (3 pkt.)

Napisz wzór funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$ wiedząc, że jej miejsca zerowe spełniają warunki: $x_1 + x_2 = -\frac{3}{4}$, $x_1 \cdot x_2 = -1$, $f(0) = -\frac{3}{2}$.

Zadanie 9 (4 pkt.)

Dla jakich wartości parametru m dziedziną funkcji $f(x) = \sqrt{x^2 - mx + m + 3}$ jest zbiór liczb rzeczywistych?

Zadanie 10 (7 pkt.)

Dla jakich wartości parametru m równanie $x^2 + 2(m+4)x + m^2 - 2m = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste jednakowych znaków?

SCHEMAT PUNKTOWANIA – FUNKCJA KWADRATOWA

Poziom podstawowy

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania	L. pkt.
1a	Ułożenie układu trzech równań: $\begin{cases} -4 = a + b + c \\ 3 = 4a + 2b + c \\ 0 = a - b + c \end{cases}$	3
	Rozwiązanie ułożonego układu $a = 3, b = -2, c = -5$.	3
1b	Sprowadzenie wzoru funkcji do postaci kanonicznej: $y = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - 5\frac{1}{3}$, $\Delta = 64$.	3
1c	Naszkiecowanie wykresu otrzymanej funkcji. Punkty przecięcia wykresu z osiami układu współrzędnych: $(-1,0), \left(1\frac{1}{3},0\right), (0,-5)$.	2
2a	Sprowadzenie wzoru funkcji do postaci ogólnej $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$.	1
	Sprowadzenie funkcji do postaci iloczynowej $f(x) = -\frac{1}{2}(x-3)(x+1)$, gdzie $\Delta = 4$.	2
2b	Naszkiecowanie wykresu funkcji.	1
2c	Odczytanie zbioru wartości funkcji $Y = (-\infty; 2)$.	1
	Odczytanie przedziału, w którym funkcja jest rosnąca. Odp.: $(-\infty; 1)$.	1
	Odczytanie zbioru tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości niedodatnie. Odp.: $(-\infty; -1) \cup \langle 3; +\infty)$.	1
3a	Ułożenie układu dwóch równań $\begin{cases} 0 = 12 - 2b + c \\ 0 = 3 + b + c \end{cases}$	1
	Rozwiązanie ułożonego układu $b = -9, c = 6$.	1
3b	Sprowadzenie wzoru funkcji do postaci kanonicznej $y = 3\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{3}{4}$, $\Delta = 9$.	2
3c	Naszkiecowanie wykresu otrzymanej funkcji.	1
4	Narysowanie wykresu funkcji $f(x) = x$.	1
	Narysowanie wykresu funkcji $g(x) = x^2 - 6$.	2
	Odczytanie z wykresu odciętych punktów wspólnych obu wykresów: $-2, 3$.	1
	Odczytanie z wykresu, dla jakich argumentów wartości funkcji $f(x)$ są większe od wartości funkcji $g(x)$. Odp.: $x \in (-2; 3)$.	1
5	Zapisanie równania w postaci równania równoważnego $2x^2 - 3x - 9 = 0$	1
	Obliczenie pierwiastków: $x_1 = -\frac{3}{2}, x_2 = 3$.	1

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania	L. pkt.
6	Analiza zadania: wprowadzenie oznaczeń np. $a = n$, $b = n + 2$, $c = n + 4$, oraz określenie warunku n – liczba parzysta.	1
	Zapisanie równania korzystając z twierdzenia Pitagorasa $n^2 + (n + 2)^2 = (n + 4)^2$.	1
	Przekształcenie równania do postaci równoważnej $n^2 - 4n - 12 = 0$.	1
	Rozwiązanie ułożonego równania $n_1 = -2$, $n_2 = 6$.	1
	Zapisanie odpowiedzi $a = 6$, $b = 8$, $c = 10$.	1
7	Schemat punktowania analogiczny jak w zadaniu 6.	5
8a	Spostrzeżenie faktu, że skoro $a < 0$ to dana funkcja posiada wartość największą równą $\frac{-\Delta}{4a}$ dla argumentu $\frac{-b}{2a}$.	1
	Obliczenie i sprawdzenie, że $\frac{-b}{2a} \in \langle 1; 15 \rangle$.	1
	Obliczenie $d(8) = 120$ i sformułowanie odpowiedzi.	1
8b	Obliczenie wartości funkcji dla argumentów naturalnych od $x = 1$ do $x = 7$.	2
	Obliczenie sumy $d(1) + d(2) + \dots + d(15)$ i sformułowanie odpowiedzi.	1
9a	Napisanie wzoru funkcji $z(n) = p(n) - k(n) = -n^2 + 100n - 1600$.	1
9b	Zapisanie równania: $-n^2 + 100n - 1600 = 0$ i warunku $n \in N$.	1
	Obliczenie pierwiastków równania: $n_1 = 20$, $n_2 = 60$.	2
9c	Obliczenie: $\frac{-b}{2a} = 50$ oraz $\frac{-\Delta}{4a} = 900$.	2
	Zapisanie odpowiedzi.	1
10	Analiza treści zadania: sporządzenie rysunku i przyjęcie oznaczeń a – długość podstawy okna, b – długość wysokości okna.	1
	Zapisanie wzoru $a + b = 100$ i wyznaczenie z niego $b = 100 - a$.	2
	Zapisanie wzoru funkcji na pole okna $f(a) = \frac{1}{2}a \cdot (100 - a)$ i określenie dziedziny $a > 0$ i $b > 0$, czyli $a \in (0; 100)$.	2
	Spostrzeżenie faktu, że skoro $a < 0$ to dana funkcja posiada wartość największą.	1
	Podanie tej wartości argumentu, dla której funkcja $f(a)$ przyjmuje największą wartość $x = \frac{-b}{2a} = 50$.	1
	Obliczenie maksymalnego pola tego okna: $P_{\max}(50) = 1250 \text{ cm}^2$.	1
11	Sprawdzenie, że $x_w \notin \langle -4; -1 \rangle$.	2
	Obliczenie $f(-4) = 43$, $f(-1) = 13$.	2
	Sformułowanie odpowiedzi.	1

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania	L. pkt.
12	Określenie wartości największej w przedziale: $y_{max.} = 1$, dla $x = 0$.	3
	Podanie postaci kanonicznej: $y = -2(x+1)^2 + 3$.	1
	Narysowanie wykresu.	1
	Opisanie własności funkcji. Za każdą z wymienionych własności po 1 pkt.	4
13	Analiza zadania, rysunek.	1
	Podanie wzoru funkcji pola i jej dziedziny: $P(x) = x(x+1)$, $x > 0$.	2
	Rozwiązanie równania $P(x) = 104$ i uwzględnienie dziedziny.	2
	Sformułowanie odpowiedzi. Odp. 8 m na 13 m.	1
14	Rozwiązanie nierówności A.	2
	Rozwiązanie nierówności B.	2
	Zaznaczenie na osi liczbowej zbiorów A i B.	1
	Wykonanie działań: $A \cup B$, $A \cap B$, A / B .	3
15	Stwierdzenie, że wartość minimalna istnieje, a maksymalna nie.	1
	Obliczenie $y_{min.} = -4$, dla $x = -1$.	3
	Wyznaczenie dla jakich x , $y \geq 0$. Odp: $x \in (-\infty, -3) \cup (-1, +\infty)$.	2
	Sporządzenie wykresu funkcji liniowej $y = -3$.	1
	Sporządzenie wykresu funkcji kwadratowej $y = x^2 + 2x - 3$.	1
	Odczytanie z wykresu rozwiązań: $x = 0$, $x = -2$.	1
16	Zapisanie funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej i miejsc zerowych.	1
	Doprowadzenie funkcji kwadratowej do postaci: $f(x) = a(x^2 - 4x + 3)$.	1
	Obliczenie wartości wyrażenia $\frac{f(8)}{f(6)}$ po odpowiednim podstawieniu.	1
	Sformułowanie odpowiedzi: $\frac{f(8)}{f(6)} = \frac{7}{3}$.	1
17	Doprowadzenie równania do postaci: $(5x-1)^2 - 9 = 0$.	1
	Doprowadzenie równania do postaci: $(5x-4)(5x+2) = 0$.	1
	Rozwiązanie równania: $x = \frac{4}{5} \vee x = -\frac{2}{5}$.	1
18	Sprowadzenie do postaci $(x-1)^2 \leq 4$.	1
	Sprowadzenie do postaci $ x-1 \leq 2$.	1
	Zapisanie nierówności w postaci $-2 \geq x-1 \geq 2$.	1
	Rozwiązanie nierówności i podanie odpowiedzi: $x \in \langle -1, 3 \rangle$.	1
19	Zapisanie funkcji w postaci kanonicznej: $f(x) = a(x-1)^2 - 2$, gdzie $a \neq 0$.	1
	Obliczenie współczynnika a : $a = \frac{1}{2}$.	2
	Zapisanie funkcji w postaci iloczynowej: $f(x) = \frac{1}{2}(x+1)(x-3)$.	2

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania	L. pkt.
20	Ułożenie układu równań $\begin{cases} 12 - 2b + c = 0 \\ 3 + b + c = 0 \end{cases}$.	2
	Rozwiązanie układu równań: $b = 3, c = -6$.	2
	Zapisanie funkcji w postaci kanonicznej (obliczenie p i q i podanie postaci kanonicznej) Odp. $y = 3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{27}{4}$.	3
21	Zapisanie funkcji w postaci iloczynowej $f(x) = a(x - 2)(x - 5)$.	1
	Obliczenie odciętej wierzchołka $x_w = 3\frac{1}{2}$.	1
	Obliczenie współczynnika a , korzystając z faktu $f(3\frac{1}{2}) = 2\frac{1}{4}$ Odp. $a = -1$	2
	Napisanie wzoru funkcji w postaci ogólnej: $f(x) = -x^2 + 7x - 10$.	1
	Zapisanie nierówności $f(x) > x - 5$.	1
	Rozwiązanie nierówności: $x \in (1;5)$.	2

Poziom rozszerzony

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania	L. pkt.
1	Zapisanie układów warunków, dla którego równanie ma jedno rozwiązanie: I $\begin{cases} a = 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$ lub II $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases}$.	2
	Rozwiązanie I przypadku: $a = 0 \Leftrightarrow m = -1; b = 3$, czyli $b \neq 0$.	2
	Rozwiązanie warunku: $a \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$.	1
	Wyprowadzenie wyrażenia: $\Delta = 5m^2 - 4m$.	1
	Rozwiązanie równania: $\Delta = 0 \Leftrightarrow m = 0 \vee m = \frac{4}{5}$.	1
	Uwzględnienie rozwiązań I i II: Równanie ma jeden pierwiastek dla $m \in \left\{-1; 0; \frac{4}{5}\right\}$ i obliczenie tych rozwiązań.	3
2	Zapisanie układów warunków: $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$.	1
	Rozwiązanie warunku: $a \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$.	1
	Wyprowadzenie wyrażenia: $\Delta = 5m^2 - 4m$.	1

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania	L. pkt.
2	Rozwiązanie nierówności: $\Delta > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; 0) \cup \left(\frac{4}{5}; +\infty\right)$.	2
	Wyznaczenie rozwiązania układu: $m \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup \left(\frac{4}{5}; +\infty\right)$.	1
3	Zapisanie układów warunków: $\begin{cases} \Delta > 0 \\ \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} \leq 2 \end{cases}$.	1
	Wyprowadzenie wyrażenia: $\Delta = 4m^2 + 4m - 8$.	1
	Rozwiązanie nierówności: $\Delta > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.	2
	Przekształcenie wyrażenia: $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2}{(x_1 \cdot x_2)^2}$.	2
	Zastosowanie wzorów Viete'a: $x_1 + x_2 = 2m$ oraz $x_1 \cdot x_2 = 2 - m$.	2
	Sprowadzenie nierówności: $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} \leq 2 \Leftrightarrow \frac{2m^2 + 10m - 12}{(2 - m)^2} \leq 0$.	1
	Rozwiązanie nierówności: $m \in \langle -6; 1 \rangle$.	3
Wyznaczenie rozwiązania układu warunków: $m \in \langle -6; -2 \rangle$.	1	
4	Ułożenie układu równań $\begin{cases} a \neq 0 \\ b^2 - 4ac = 0 \\ 1 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \\ 9 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c \end{cases}$.	4
	Rozwiązanie układu równań.	2
	Wykonanie ilustracji graficznej rozwiązania.	4
	Udzielenie odpowiedzi. Odp. $a = 4, b = -4, c = 1$ lub $a = 1, b = 2, c = 1$.	1
5	Zauważenie, że dla żadnego m funkcja ta nie jest funkcją liniową stałą. Układ $\begin{cases} 5 - m = 0 \\ -2(1 - m) = 0 \\ 2(1 - m) < 0 \end{cases}$ jest sprzeczny.	1
	Określenie warunku zadania dla trójmianu kwadratowego $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$.	1
	Wyprowadzenie wyrażenia: $\Delta = 4(1 - m)(m - 9)$.	1
	Rozwiązanie układu nierówności.	3
	Sformułowanie odpowiedzi. Odp. $m \in (9, +\infty)$.	1
6	Wykres funkcji $y = 3x^2 + 2x - 1$.	2
	Wykres funkcji $y = 3x^2 + 2x - 1 $ wraz z prostą $y = a$.	2
	Analiza ilości rozwiązań.	4
	Sporządzenie wykresu funkcji $g(a)$.	2

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania	L. pkt.
7	Zaznaczenie na układzie współrzędnych zbiorów A , B oraz $A \cap B$.	3
	Zapisanie układu równań $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ xy = 2 \end{cases}$.	1
	Rozwiązanie układu równań. Odp. $A \cap B = \{(-2, 1); (-1, -2); (2, 1); (1, 2)\}$.	4
8	Obliczenie współczynnika $c: -\frac{3}{2}$.	1
	Obliczenie współczynnika $a: \frac{3}{2}$.	1
	Obliczenie współczynnika $b: \frac{9}{8}$.	1
9	Zapisanie warunków: $a = 1 > 0 \wedge \Delta \leq 0$.	1
	Obliczenie $\Delta = m^2 - 4m - 12$.	1
	Rozwiązanie nierówności $m^2 - 4m - 12 \leq 0$ i sformułowanie odpowiedzi: $m \in \langle -2; 6 \rangle$.	2
10	Zapisanie układu warunków: $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ x_1 \cdot x_2 > 0 \end{cases}$.	2
	Obliczenie $\Delta = 40m + 64$ i rozwiązanie odpowiedniej nierówności.	2
	Obliczenie $x_1 \cdot x_2 = m^2 - 2m$.	1
	Rozwiązanie nierówności $m^2 - 2m > 0$. Odp. $m \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$.	1
	Wyznaczenie części wspólnej rozwiązań warunków układu: $m \in \left(-1\frac{3}{5}, 0\right) \cup (2, +\infty)$.	1